Leistungsdiagnostik im Sport*

Aufgabennummer: B_417

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Bei höherer Belastung benötigt der Körper mehr Sauerstoff und produziert als „Abfallprodukt" Laktat.

Ab einer gewissen Laktatkonzentration ist das Herz-Kreislauf-System nicht mehr in der Lage, die arbeitenden Muskeln mit genügend Sauerstoff zu versorgen. Diese Laktatkonzentration heißt *anaerobe Schwelle*.

a) Für einen bestimmten Sportler kann die Laktatkonzentration in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit beim Laufen näherungsweise durch die Funktion f beschrieben werden:

$f(x) = 0{,}0461 \cdot e^{0{,}29 \cdot x} + 0{,}9$

x ... Geschwindigkeit beim Laufen in Kilometern pro Stunde (km/h)
$f(x)$ ... Laktatkonzentration bei der Geschwindigkeit x in Millimol pro Liter Blut (mmol/L)

Erreicht die Laktatkonzentration die anaerobe Schwelle, so beträgt der Steigungswinkel von f an dieser Stelle 45°.

– Bestimmen Sie die anaerobe Schwelle dieses Sportlers.

b) Bei einem bestimmten Sportler wird die Herzschlagfrequenz in Abhängigkeit von der Laufgeschwindigkeit bestimmt:

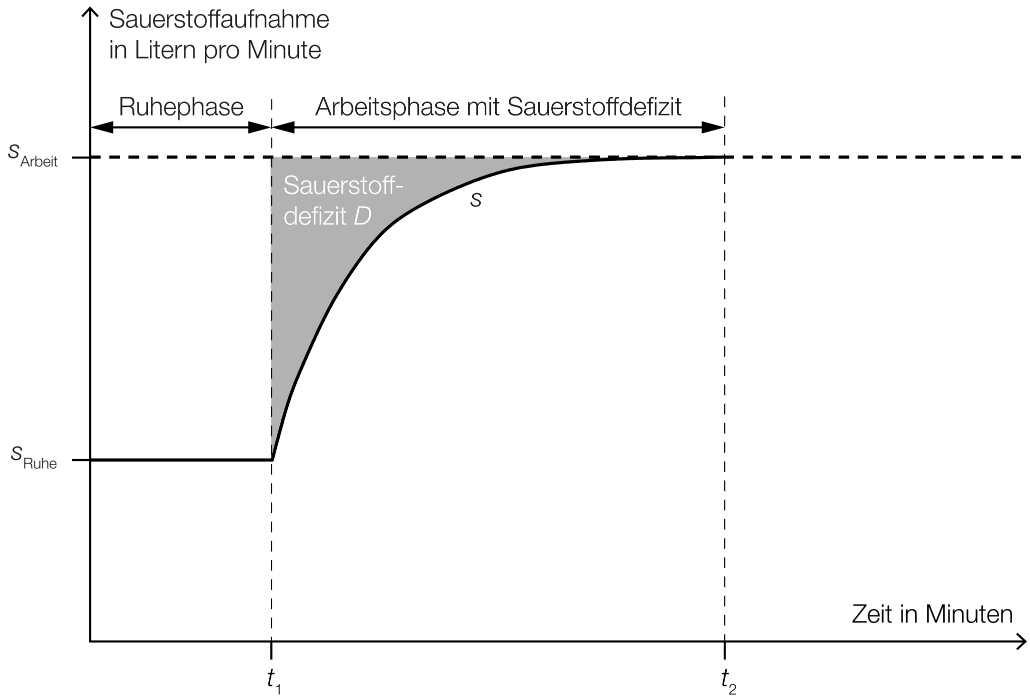
Laufgeschwindigkeit in Kilometern pro Stunde	11,0	11,5	12,0	12,5	13,0	13,5	14,0	14,5
Herzschlagfrequenz in min^{-1}	140	150	162	168	175	182	190	200

Die Herzschlagfrequenz in Abhängigkeit von der Laufgeschwindigkeit soll mithilfe einer linearen Ausgleichsfunktion beschrieben werden.

– Bestimmen Sie eine Gleichung dieser linearen Ausgleichsfunktion.

* ehemalige Klausuraufgabe

c) Nach Beginn einer körperlichen Belastung beim Sport (Arbeitsphase) passt sich das Atmungssystem nur verzögert dem erhöhten Sauerstoffbedarf an. Erst nach einigen Minuten wird eine ausreichende Versorgung erreicht. Bis dahin kommt es zu einem Sauerstoffdefizit.



– Stellen Sie eine Formel auf, mit der man das Sauerstoffdefizit D (grau markierte Fläche in obiger Skizze) berechnen kann, wenn eine Gleichung der Funktion s bekannt ist.

D = ______________________________

– Geben Sie die Einheit von D an.

d) Das Absinken der Sauerstoffaufnahme nach Beendigung einer körperlichen Belastung beim Sport kann mit der folgenden Differenzialgleichung beschrieben werden:

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -1{,}386 \cdot (y - 0{,}3)$$

t ... Zeit nach Beendigung der körperlichen Belastung in Minuten (min)
$y(t)$ ... Sauerstoffaufnahme zur Zeit t in Litern pro Minute (L/min)

– Lösen Sie diese Differenzialgleichung mithilfe der Methode *Trennen der Variablen*.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) Eine Tangentensteigung von 45° entspricht $f'(x) = 1$.

$0{,}013369 \cdot e^{0{,}29 \cdot x} = 1$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x = 14{,}878... \approx 14{,}88$

$f(14{,}878...) = 4{,}348...$

Die anaerobe Schwelle dieses Sportlers liegt bei rund 4,35 mmol/L.

b) Bestimmen der Gleichung der linearen Ausgleichsfunktion mittels Technologieeinsatz:

$f(x) = 16{,}36 \cdot x - 37{,}68$ *(Koeffizienten gerundet)*

x ... Laufgeschwindigkeit in km/h
$f(x)$ ... Herzschlagfrequenz bei der Laufgeschwindigkeit x in min^{-1}

c) $D = (t_2 - t_1) \cdot s_{\text{Arbeit}} - \int_{t_1}^{t_2} s(t)\,\mathrm{d}t$

oder:

$D = \int_{t_1}^{t_2} [s_{\text{Arbeit}} - s(t)]\,\mathrm{d}t$

Die Einheit von D lautet:
$\frac{\text{L}}{\text{min}} \cdot \text{min} = \text{L}$

d) $\frac{\mathrm{d}y}{y - 0{,}3} = -1{,}386\,\mathrm{d}t$ $\left(\textit{oder: } \frac{y'}{y - 0{,}3} = -1{,}386\right)$

$\int \frac{\mathrm{d}y}{y - 0{,}3} = \int -1{,}386\,\mathrm{d}t$ $\left(\textit{oder: } \int \frac{y'(t)}{y(t) - 0{,}3}\,\mathrm{d}t = \int -1{,}386\,\mathrm{d}t\right)$

$\ln|y(t) - 0{,}3| = -1{,}386 \cdot t + C_1$

$y(t) = C_2 \cdot e^{-1{,}386 \cdot t} + 0{,}3$

Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für das richtige Bestimmen der anaeroben Schwelle

b) 1 × B: für das richtige Bestimmen der Gleichung der linearen Ausgleichsfunktion

c) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Formel zur Berechnung von D
1 × C: für das richtige Angeben der Einheit von D

d) 1 × B: für das richtige Lösen der Differenzialgleichung